

# **EMITATOARE OPTICE**

# STARE TERMODINAMICA

$$f(p, V, T) = 0$$

Exemplu: Gazul ideal

$$pV - \frac{m}{M}RT = 0$$

$$R = 8.3 \left[ J/mol \cdot {}^\circ K \right]$$

$$N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \left[ mol^{-1} \right]$$

Starea unui sistem în mecanica este complet descrisă, la un moment de timp dat, de poziția și viteza fiecarui punct material al sistemului. Pentru un sistem compus din N puncte materiale sunt, deci, necesare cunoasterea a 6N variabile.

Sistemele termodinamice contin un foarte mare număr de puncte materiale (atomi sau molecule), ceea ce face imposibila descrierea lor folosind cele 6N variabile. Din acest motiv, trebuie definit un alt concept de stare a sistemului.

Pentru un sistem care conține o anumita cantitate de substanță m, temperatura T, volumul V și presiunea p sunt marimile fizice care descriu starea termodinamica a sistemului. Ele nu sunt nu sunt independente; ci sunt legate prin **ecuația de stare**. Starea termodinamica a unui sistem este deci complet determinată de două din cele trei cantități, p, V, T.

Dacă, de exemplu, reprezentăm (V, p) într-un sistem de coordonate rectangulare, un punct din planul (V, p) reprezintă o stare termodinamica a sistemului. Dacă îl fixăm pe T, punctele care corespund stării de egală temperatură se află pe o curba numită *izotermală*.

Cunoasterea stării termodinamice a unui sistem NU este suficientă pentru a determina starea sa mecanica. Unei stări termodinamice date (de exemplu, temperatura și volum date) corespund o infinitate de stări mecanice ale moleculelor. Din acest motiv noi vom dori să considerăm comportamentul mechanic mediu calculat pe aceasta multime infinită de stări mecanice. De aceasta problema se ocupă **mecanica statistică**.

Printre stăriile termodinamice ale unui sistem, de importanță particulară sunt stările de echilibru. Starea de echilibru este starea care nu se modifică atât timp cât condițiile externe rămân neschimbăte.

Transformarea unui sistem reprezintă trecerea lui, în timp, de la o stare initială la o stare finală printr-o succesiune continuă de stări intermediare.

Transformare reversibilă este aceea transformare în care stăriile succesive diferă infinitesimal de stări de echilibru. Prin urmare, starea initială și starea finală a unei transformări reversibile trebuie să fie tot stări de echilibru.

Transformarea ciclică este transformarea în care starea initială și starea finală sunt aceleasi.

Exemplu: Gazul ideal. R = constantă universală a gazelor = 8.3 J/(mol\*K)

## Principiul 1 al termodinamicii

$$\Delta U + L = Q$$

$$dU + dL = dQ$$

$$dU + pdV = dQ$$

$$\left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \neq \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_p$$

Principiul 1 al termodinamicii este principiul conservarii energiei reformulat pentru sistemele termodinamice.:

Astfel acest principiu spune ca: variatia energiei sistemului in timpul unei transformari trebuie sa fie egala cu energia pe care sistemul a primit-o de la mediul inconjurator.

Ce inseamna "energie a sistemului" si "energie primita de la mediu"?

Caldura este orice forma de energie, de alt tip decit cea mecanica, care se furnizeaza sistemului din exterior.

Caldura sa masoara in calorii. 1 cal = 4.1855 J.

Energia sistemului U depinde doar de starea sistemului si, deci, este o functie de cele doua marimi alese sa reprezinte starea sistemului.

## Principiul 1 al termodinamicii

### Exemplu

$$\left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + pdV = dQ \quad (1)$$

$$\left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial U}{\partial p} \right)_T dp + p \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT + p \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp = dQ \quad (2)$$

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_p dV + \left( \frac{\partial U}{\partial p} \right)_V dp + pdV = dQ \quad (3)$$

$$\text{Capacitate termica} = \frac{dQ}{dT}$$

### Exemplu

Consideram o transformare infinitezimala a sistemului, adica o transformare in care variabilele independente variaza in cantitati infinitezimale. Consideram ca starea sistemului este reprezentata pe o diagrama (V,p).

- Pentru T si V variabile independente avem (1)
- Pentru T si p variabile independente avem (2)
- Pentru V si p variabile independente avem (3)

Capacitate termica: raportul dintre cantitatea infinitezimala de caldura,  $dQ$ , absorbita de un corp si cresterea infinitezimala de temperatura ,  $dT$ , produsa de aceasta caldura.

Daca corpul are 1g, atunci capacitatea termica se numeste caldura specifia.

Daca corpul are o cantitate de substanta de 1mol, atunci capacitatea termica se numeste caldura molara.

## Principiul 2 al termodinamicii

O transformare a carei singur rezultat final este sa transfere caldura de la un corp aflat la o anumita temperatura, la un corp aflat la o temperatura mai ridicata, este imposibila.

Principiul 1 stabileste imposibilitatea de a construi o masina care poate crea energie. Dar, el nu introduce nici o limitare in posibilitatea de a transforma o energie dintr-o forma in alta.

Acest lucru este sigur adevarat pentru transformarea unei energii in caldura. Un corp aflat la o anumita temperatura poate fi intotdeauna incalzit prin frecare. Energia electrica poate in totdeauna fi transformata in caldura prin trecerea unui curent electric printr-o rezistenta.

Există însă cazuri foarte limitate de transformare a caldurii în lucru mecanic.

Numim sursa de caldura la temperatura  $T$ , un corp care are peste tot temperatura  $T$  și care este conditionat în astă fel încât el poate schimba doar caldura și nu lucru mecanic cu mediul înconjurător.

O transformare a carei singur rezultat final este sa transfere caldura de la un corp aflat la o anumita temperatura, la un corp aflat la o temperatura mai ridicata, este imposibila.

## ENTROPIA

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} < 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0 \end{array} \right. \quad \boxed{\text{Ciclu reversibil}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \oint \frac{dQ}{T} < 0 \\ \oint \frac{dQ}{T} = 0 \end{array} \right. \quad \boxed{(4)} \quad \boxed{\text{Ciclu reversibil}}$$

$$(5) \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

$$(6) S(A) = \int_O^A \frac{dQ}{T}$$

Entropia starii A

$$(7) S(B) - S(A) = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

Consideram un sistem S care sufera o transformare ciclica.

Presupunem ca in timpul ciclului, sistemul primeste caldura de la (sau cedeaza caldura spre) o multime de surse avind temperaturile T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, ..., T<sub>n</sub>. Fie ca cantitatile de caldura schimbate intre sistem si aceste surse sunt Q<sub>1</sub>, Q<sub>2</sub>, ..., Q<sub>n</sub>. Q va fi considerat pozitiv daca reprezinta caldura primita de sistem si negativ in caz contrar.

In cazul in care sistemul schimba caldura cu o distributie continua de surse, suma trebuie inlocuita cu o integrala calculata de-a lungul intregului ciclu. dQ fiind o cantitate infinitezumala de caldura primita de sistem de la o sursa aflata la temperatura T, relatia (4)

In cazul unui ciclu reversibil, relatia (4) poate fi formulata si in felul urmator. Fie A si B doua stari de echilibru a sistemului S. Consideram o transformare reversibila care duce sistemul din starea initiala A in starea finala B. Integrala (2) se extinde pe cuprinsul transformarii reversibile de la A la B (dQ fiind cantitatea de caldura primita reversibil de sistem la temperatura T). Aceasta integrala are aceeasi valoare pentru orice transformare reversibila de la A la B; deci valoarea ei depinde doar de starile extreme A si B si nu depinde de transformarea reversibila care leaga aceste stari.

Aceasta proprietate ne permite sa definim o noua functie ce depinde doar de starea sistemului: entropia. Daca alegem arbitrar o stare de echilibru O a sistemului pe care o numim stare standard, atunci A fiind o alta stare de echilibru, entropia acesteia va fi data de relatia (6) in care integrala este luata peste o transformare reversibila. Stim deja ca aceasta integrala nu depinde decit de starile O si A si nu de transformarea reversibila aleasa. Deoarece starea standard O este fixata, putem spune ca functia S(A) depinde doar de starea A, motiv pentru care este numita entropia starii A.

Entropia este definita pina la o constanta arbitrara. Principiul 3 al termodinamicii completeaza definitia entropiei si ne permite sa determinam constanta entropiei.

## Proprietati Ale Entropiei

$$(8) \begin{cases} S(B) - S(A) = \int_A^B \frac{dQ}{T} & \text{Transformare reversivila} \\ S(B) - S(A) > \int_A^B \frac{dQ}{T} & \text{Transformare ireversivila} \end{cases}$$

$$(9) \begin{cases} dQ = 0 & \text{Sistem izolat} \\ S(B) > S(A) & \text{Transformare ireversibila intr-un sistem izolat} \\ S(B) = S(A) & \text{Transformare reversibila intr-un sistem izolat} \end{cases}$$

In orice transformare care are loc intr-un sistem izolat, entropia creste daca transformarea este ireversibila. In cazul unei transformari ireversibile, entropia nu se modifica in timpul transformarii.

Pentru a putea reduce entropia unui sistem, trebuie sa-l deschidem si sa-l punem in contact cu un alt doilea sistem. Entropia totala a celor doua sisteme nu poate sa descreasca.

Cind un sistem izolat este in stare de entropie maxima, el nu mai poate suferi nici o transformare deoarece orice transformare ar trebui sa duca la o crestere a entropiei. Deci, starea de maxima entropie este starea cea mai stabila a sistemului izolat.

## Principiul 3 al termodinamicii

$$S = k \ln(W) + const. \quad (10) \quad k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} [J/\text{°K}]$$

$$S(A) = \int_0^A \frac{dQ}{T}$$

$$(11) S(A) = \int_{T=0}^A \frac{dQ}{T}$$

$$(12) S(A) = k \ln W$$

**Observatie:**  $S = 0 \Rightarrow W = 1$

Boltzmann a dovedit ca entropia unei stari a unui sistem termodinamic este legata printr-o relatie simpla de probabilitatea termodinamica,  $W$ , a acelei stari (10)

Am evocat deja diferența dintre notiunea de stare dinamica si stare termodinamica a unui sistem. Aceleasi stari termodinamice ii corespund un numar foarte mare de stari dinamice. In mecanica statistica sunt date criteriile pentru atribuirea unei stari termodinamice date, un numar  $W$  al stariilor dinamice care-i corespund. Acest numar este numit uzual *probabilitate* a starii termodinamice date, desi, strict vorbind, el este doar proportional cu probabilitatea definita in sens uzual. Aceasta din urma poate fi obtinuta prin impartirea lui  $W$  la numarul total de stari dinamice posibile.

In acord cu consideratiile statistice, intr-un sistem izolat au loc doar transformari spontane care conduc sistemul in stari de probabilitate mai mare, astfel incit starea cea mai stabila a sistemului va fi starea cu probabilitatea cea mai mare si care este in concordanta cu energia totala a sistemului.

In definitia entropiei intervine o stare initiala O aleasa arbitrar, ceea ce este in concordanta cu arbitrariul constantei aditive din relatia lui Boltzmann.

Principiul 3 al termodinamicii (cunoscut si ca teorema lui Nernst) permite determinarea constantei aditive.

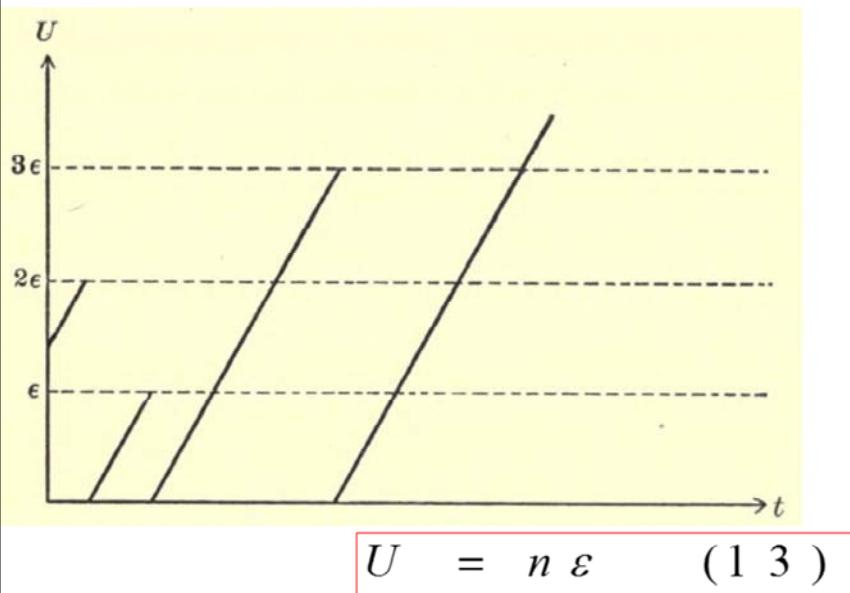
Teorema lui Nernst: Entropia oricarui sistem la zero absolut poate fi totdeauna considerata zero.

Teorema lui Nernst trebuie sa fie interpretata fizic ca semnificind ca toate starile posibile ale sistemului la temperatura  $T = 0$  au aceeasi entropie.

Prin urmare, este evident ca vom alege ca stare standard O una din starile sistemului la  $T = 0$ . Acest lucru ne va permite sa fixam entropia starii standard ca fiind zero (11). In relatia (11), integrala este considerata in lungul unei transformari reversibile dintre orice stare a sistemului la  $T = 0$  si starea A. Constanta din relatia lui Boltzmann este deci zero, (12).

Deoarece valoarea lui  $W$  este 1 cind entropia este zero, putem interpreta, din punct de vedere statistic , ca starea termodinamica a unui sistem la zero absolut corespunde doar la o singura stare dinamica, care este starea dinamica de cea mai mica energie compatibila cu structura cristalina data sau starea de agregare data a sistemului.

## Ipoteza cuantelor a lui Planck



Un oscilator care absoarbe energie trebuie sa si emita, pentru ca numai asa o stare stationara ar fi posibila.

Planck presupune ca emisia nu are loc in mod continuu, ci ea are loc doar la anumite momente definite de timp, instantaneu, in impuls, si ca emisia de energie se face doar atunci cind energia sa de vibratie,  $U$ , este un multiplu intreg de cuante de energie epsilon. Daca oscilatorul chiar emite energie sau daca el continua sa-si creasca energia de vibratie prin absorbtie este considerata o problema de sansa. Daca totusi emisia are loc, intrega energia de vibratie  $U$  este emisa, astfel incit vibratia oscilatorului descreste la zero si apoi creste din nou prin o noua absorbtie de energie radianta.

## Determinarea probabilitati termodinamice

$$S(A) = k \log W \quad (14)$$

$$U_N = NU \quad (15) \qquad S_N = NS \quad (16)$$

$$U_N = NU = Nn\varepsilon = P\varepsilon \quad (17)$$

$$S_N = k \log W \quad (18)$$

Determinarea probabilitatii termodinamice a unui sistem aflat intr-o anumita stare termodinamica necesita discutii mai complete asupra notiunii de "stare" a unui sistem fizic. Prin stare a unui sistem fizic , la un anumit moment de timp , intrelegem agregarea tuturor cantitatilor independente mutual, care determina unic modul prin care au loc procesele in sistem in decursul timpului, in conditii de frontiera date. Astfel, cunoasterea unei stari este echivalenta cu cunoasterea conditiilor initiale. Trebuie sa facem distinctia intre doua tipuri complet diferite de stari: starile macroscopice si starile microscopice.

Starea microscopica este starea descrisa de un observator mecanic sau electromagnetic; ea contine valori separate ale tuturor coordonatelor, vitezelor si intensitatilor de cimp. Procesele microscopice, in concordanta cu legile mecanice si electromagnetice, au loc intr-o forma perfect determinista; pentru ele, entropia si principiul doi al termodinamicii nu au nici o semnificatie.

Starea macroscopica este cea observata de un observator termodinamic. Orice stare macroscopica contine un numar foarte mare de stari microscopice, pe care observatorul le uneste intr-o valoare medie. Procesele termodinamice au loc intr-o maniera non-ambigua din punctul de vedere al principiului doi a termodinamicii, atunci si doar atunci cind ipoteza haosului elementar este satisfacuta.

Relatia (14) contine o metoda generala de calcul a entropiei S prin consideratii de probabilitate. Aceasta nu are relevanta practica decit daca probabilitatea termodinamica, W, a sistemului aflat intr-o stare data, poate fi calculata.

Plank a efectuat acest calcul introducind notiunea de cuanta de energie.

Energia U a unui rezonator trebuie considerata ca media in timp, ceea ce este acelasi lucru cu media simultana a energiilor unui numar foarte mare, N, de rezonatoare identice, situate in acelasi cimp de radiatie si care sunt suficient de separate incit sa consideram ca nu se influenteaza unele pe altele in mod direct. In acest sens, energia totala,  $U_N$ , a sistemului de N rezonatori , va fi (15) , ceea ce corespunde la o entropie totala  $S_N$  data de relatia (16), unde S reprezinta entropia medie a unui singur rezonator. Entropia  $S_N$  depinde de dezordinea in care energia totala  $U_N$  este distributa printre rezonatorii individuali. Deci avem relatiile (17) si (18).

## Calculul probabilitatii W

$$U_N = P\varepsilon$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	38	11	0	9	2	20	4	4	5

Tabel 1

$$R = \frac{N(N+1)(N+2)\dots(N+P-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots P} = \frac{(N+P-1)!}{(N-1)!P!} \quad (19)$$

$$N! \approx N^N \quad (20)$$

$$R \approx \frac{(N+P)^{N+P}}{N^N P^P} \quad (21)$$

Distributia celor P elemente de energie intre cele N rezonatoare se face intr-un numar finit, intreg si definit. Fiecare forma de distributie este numita (dupa Boltzmann) un "complex".

Daca notam rezonatoarele cu 1, 2, 3,...N, si scriem sub fiecare rezonator numarul de elemente de energie (cuante) alocate lui intr-o anumita distributie, considerata aleator, obtinem pentru fiecare complex o configuratie ca pe tabelul 1. In exemplul nostru am presupus N = 10 si P = 100.

Numarul R de complexe posibile este egal cu numarul de aranjamente pe care le putem obtine in acest fel pentru linia de jos, pentru un N si P date. Pentru claritate, precizam ca doua complexe trebuie sa fie considerate diferite daca configuratia corespunzatoare de numere contine aceleasi numere , dar in alta ordine.

Din teoria combinatiilor, obtinem numarul de complexe posibile (19)

Conform teoremei lui Stirling, avem aproximatia (20), prin care (19) devine (21).

## Calculul probabilitatii W

$$\begin{aligned} S_N &= k \ln W = k \ln R = \\ &= k \left\{ (N+P) \ln (N+P) - N \ln N - P \ln P \right\} \\ S_N &= kN \left\{ \left( 1 + \frac{P}{N} \right) \ln N \left( 1 + \frac{P}{N} \right) - \ln N - \frac{P}{N} \ln N \frac{P}{N} \right\} = \\ &= kN \left\{ \left( 1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln \left( 1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon} \right\} \\ S &= k \left\{ \left( 1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln \left( 1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon} \right\} \quad (22) \end{aligned}$$

**Ipoteza** de lucru a lui Planck este urmatoarea: pentru ca N rezonatoare sa aiba impreuna energia vibrationala  $U_N$ , probabilitatea W trebuie sa fie proportionala cu numarul R al tuturor complexelor posibile formate prin distributia energiei  $U_N$  intre cele N rezonatoare. Faptul ca aceasta ipoteza este adevarata, se poate demonstra, in ultima instanta, doar prin experienta.

Conform acestei ipoteze avem, in final, relatia (22)

## Legea de deplasare a lui Wien

$$u = \frac{\nu^3}{c^3} f\left(\frac{T}{\nu}\right) \quad (23)$$

$$u = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U \quad (24)$$

$$U = \nu f\left(\frac{T}{\nu}\right) \quad (25)$$

$$T = \nu f_1\left(\frac{U}{\nu}\right) \quad (26)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dU} \quad (27) \rightarrow \frac{dS}{dU} = \frac{1}{\nu} f_2\left(\frac{U}{\nu}\right) \quad (28) \rightarrow S = f_3\left(\frac{U}{\nu}\right) \quad (29)$$

Legea de deplasare a lui Wien, cunoscuta si sub denumirea de *teorema lui Kirchoff*, stabileste proportionalitatea dintre puterea radiata si cea absorbita in cazul unui corp incalzit.

Astfel, daca desemnam prin  $u^*dv$  densitatea de volum a energiei radiate de un corp aflat la temperatura  $T$ , in domeniul spectral cuprins intre  $\nu$  si  $\nu+dv$ , atunci avem relatia (23).

Plank a demonstrat intr-un articol [Planck M., "On the theory of the Energy Distribution Law on the Normal Spectrum", Ann. D. Phys., 1(1900), p.99] ca intre densitatea de energie  $u$  si energia  $U$  a unui rezonator stationar, aflat intr-un cimp de radiere, si care vibreaza cu aceasi frecventa  $\nu$ , exista relatia (24).

Din cele doua relatii (23) si (24) rezulta relatia (25), respectiv din (25) rezulta (26).

Pe de alta parte, din relatia (27), care exprima legatura dintre entropie si temperatura unui sistem termodinamic, rezulta relatia (28), respectiv relatia (29).

Relatia (29) arata ca entropia rezonatorului depinde doar de variabila  $(U/\nu)$ , continind in afara de aceasta variabila doar constante universale. Aceasta este cea mai simpla forma a legii de deplasare a lui Wien.

## Expresia quantei de radiatie

$$S = f\left(\frac{U}{v}\right) \quad (30)$$

$$S = k \left\{ \left( 1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln \left( 1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon} \right\} \quad (31)$$

$$\varepsilon = h\nu$$

$$S = k \left\{ \left( 1 + \frac{U}{h\nu} \right) \ln \left( 1 + \frac{U}{h\nu} \right) - \frac{U}{h\nu} \ln \frac{U}{h\nu} \right\} \quad (32)$$

Daca comparam relatia (30) (legea de deplasare a lui Wien) cu relatia (31) pentru entropie, putem gasi ca , expresia cuantei de energie trebuie sa fie proportionala cu frecventa v, si pe cale de consecinta even expresia (32) pentru entropie.

## Legea lui Plank

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dU} \quad (33)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{k}{h\nu} \ln \left( 1 + \frac{h\nu}{U} \right) \quad (34)$$

$$U = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (35)$$

Din relatia (33), folosind expresia entropiei (32) si a cuantei de radiatie obtinem relatia (34), echivalenta cu relatia (35).

Relatia (7) reprezinta legea de radiatie si absorbtie de energie de catre un corp aflat la temperatura T, pe frecventa nu.

Aceasta lege a fost redescoperita de Einstein prin consideratii de mecanica cuantica, in 1916.

## Derivate ale legii lui Planck

$$U = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$h\nu \gg kT$

$$\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \approx e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

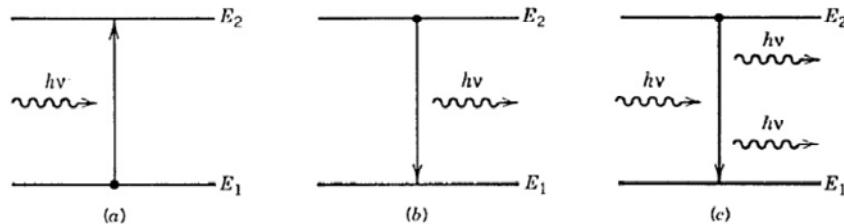
Legea lui Wien

$h\nu \ll kT$

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$$

Legea  
Rayleigh-Jeans

## Absorbtia si emisia de lumina



In conditii normale, toate materialele absorb lumina asa cum o si emit.

Procesul de absorptie poate fi inteleas intrelegind ca energiile  $E_1$  si  $E_2$  corespund la starea de baza si respective starea excitata a atomilor din materialul absorbant. Daca energia unui foton,  $h\nu$ , a lumintii incidente de frecventa  $\nu$ , este aproximativ egala cu diferenata de energie  $E_g = E_2 - E_1$ , fotonul este absorbit de atom, acesta trecind in starea excitata. Lumina incidenta este absorbita datorita multor asemenea evenimente de absorbtie ce au loc in interiorul mediului.

Atomii excitati revin uneori in starea lor de baza si emit lumina in acest process.

Emisia aceasta de lumina poate avea loc prin doua procese fundamentale: emisie spontana si emisie stimulata.

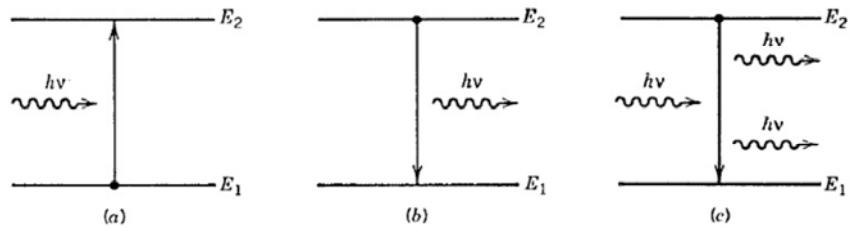
In cazul emisiei spontane, fotonii sunt emisi in directii aleatorii cu faze care nu sunt correlate intre ele.

In cazul emisiei stimulata, emisia este initiată de un foton existent. Fotonul emis este identic cu fotonul original, atit in energie (deci frecventa) cit si in faza si directie.

Laserele emit lumina prin procesul de emisie stimulata; lumina emisa de acestea se spuna ca este coerenta.

LED-urile emit lumina prin procesul de emisie spontana.

## Viteza de absorbtia si emisie



$$R_{spont} = AN_2 \quad (36), \quad R_{stim} = BN_2 \rho_{em} \quad (37), \quad R_{abs} = B' N_1 \rho_{em} \quad (38)$$

$$N_2/N_1 = \text{Exp}(-E_g/kT) = \text{Exp}(-h\nu/kT) \quad (39)$$

$$AN_2 + BN_2 \rho_{em} = B' N_1 \rho_{em} \quad (40) \Rightarrow \rho_{em} = \frac{A/B}{(B'/B)\exp(h\nu/kT)-1}$$

$$\rho_{em} = \frac{8\pi h\nu^3/c^3}{\exp(h\nu/kT)-1} \quad (41) \Rightarrow A = (8\pi h\nu^3/c^3)B \text{ si } B' = B \quad (42)$$

Mai intii sa consideram un system atomic cu doua nivele de energie , care interactioneaza cu un cimp electromagnetic prin tranzitii ca cele de pe figura. Daca N1 si N2 sunt densitatile de atomi in starea de baza si respectiv excitata, si  $\rho_{em}(v)$  este densitatea spectrala de energie a cimpului electromagnetic, vitezele emisiei spontane, a emisiei stimulate si a absorbtiei , sunt desctries de relatiile (36) – (38), unde A, B si B' sunt constante. La echilibru termic, densitatile atomice sunt distribuite conform statisticii Boltzmann (39). Deoarece N1 si N2 nu se modifica in timp , intr-o stare de echilibru termic, vitezele de tranzitie in sus si in jos pe scara energiilor trebuie sa fie egale, ceea ce conduce la (40).

Pe de alta parte, la echilibru termic  $\rho_{em}$  trebuie sa fie identic cu densitatea spectrala a radiatiei corpului negru data prin formula lui Planck (41). Rezulta relatiile (42) dintre constante.

Acestea au fost obtinute de Einstein [A. Einstein, Emission and Absorption of Radiation in Quantum Theory, Ann. D. Phys., 18, 1916, pp.318-323], motiv pentru care A si B se numesc coeficientii lui Einstein.

## Concluzii

1. Sursele termice
2. Echilibru termic la temperaturile camerei

$$R_{stim}/R_{spon} = [\exp(hv/kT) - 1]^{-1} \ll 1 \quad (43)$$

Laserele functioneaza prin  
inversiunea de populatie  
 $N_2 > N_1$

1.  $R_{spon}$  poate fi mult mai mare atât decât  $R_{stim}$  cât și decât  $R_{abs}$  cu condiția ca  $kT > h^*v$ . Sursele termice functionează în acest regim.
2. Pentru radiații din domeniul vizibil sau infraroșu apropiat ( $h^*v \sim 1$  eV), emisia spontană în întregime domine emisia stimulată, în condițiile unui echilibru termic la temperaturile camerei ( $kT \sim 25$  meV), este verificată relația (43).

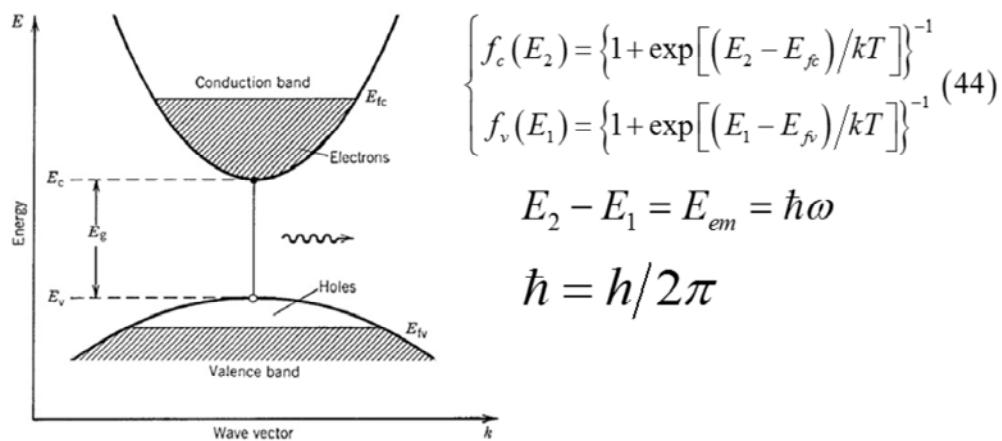
Din relația (43) rezultă că laserele trebuie să opereze departe de o stare de echilibru. Acest lucru se obține pompend laserul cu o sursă exterioară de energie.

Chiar și în cazul pomparii sistemului atomic din exterior, emisia stimulată poate să nu fie dominantă deoarece ea trebuie să concureze cu procesul de absorbtie.

$R_{stim}$  poate depăși  $R_{abs}$  doar dacă  $N_2 > N_1$ . Această condiție reprezintă inversiunea de populatie; condiție care nu poate fi realizată la echilibru termic.

În sistemele atomice, această inversiune de populatie se realizează folosind scheme de pompaj cu 3 sau 4 nivele, astfel încât sursa de energie externă trece populația atomică din starea de bază în starea excitată, care are o energie mai mare decât  $E_2$ .

## Absorbtia si emisia in semiconductori

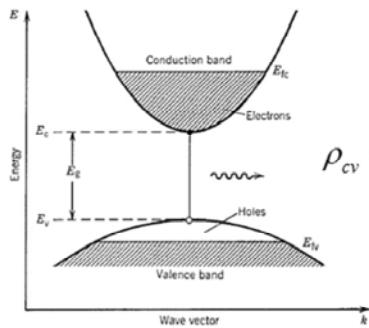


Emisia si absorbtia in semiconductori trebuie sa ia in consideratie benzile de energie.

Emisia spontana poate avea loc doar daca starea de energie E2 este ocupata de un electron, iar starea de energie E1 este goala (adica ocupata cu un gol).

Probabilitatea ca un electron sa ocupe un nivel de energie in banda de conductie sau banda de valenta este data de distributia Fermi-Dirac, relatiile (4), Ef<sub>c</sub> si Ef<sub>v</sub> fiind nivele Fermi.

## Absorbtia si emisia in semiconductori - 2



$$\rho_{cv} = \frac{(2m_r)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} (\hbar\omega - E_g)^{1/2}, m_r = m_c m_v / (m_c + m_v) \quad (45)$$

$$R_{spont}(\omega) = \int_{E_c}^{\infty} A(E_1, E_2) f_c(E_2) [1 - f_v(E_1)] \rho_{cv} dE_2 \quad (46)$$

$$R_{stim}(\omega) = \int_{E_c}^{\infty} B(E_1, E_2) f_c(E_2) [1 - f_v(E_1)] \rho_{cv} \rho_{em} dE_2 \quad (47)$$

$$R_{abs}(\omega) = \int_{E_c}^{\infty} B(E_1, E_2) f_v(E_1) [1 - f_c(E_2)] \rho_{cv} \rho_{em} dE_2 \quad (48)$$

Viteza totala de emisie spontana , R<sub>spont</sub>, la frecventa  $\omega$ , este obtinuta sumind peste toate tranzitiile posibile intre cele doua benzi, pentru care  $E_2 - E_1 = E_{em} = h^*v$ . E<sub>em</sub> este energia fotonului emis. Rezultatul este (46).

R<sub>cv</sub> este densitatea reunita de stari, definita ca numarul de stari pe unitatea de volum si pe unitatea de interval de energie, expresia ei fiind (45). In aceasta relatie, E<sub>g</sub> este banda interzisa si m<sub>r</sub> este masa redusa, in care m<sub>c</sub> si m<sub>v</sub> sunt masele effective ale electronilor si golorilor in banda de conductie si , respectiv, banda de valenta.  $\rho_{cv}$  nu depinde de E<sub>2</sub>, dar A depinde de E<sub>2</sub>.

Relatiile analoge pentru emisia stimulata si absorbtie sunt (47) si (48), unde R<sub>em</sub> este densitatea spectrala a fotonilor.

## Inversiunea de populatie

$$R_{stim} > R_{abs} \quad (49)$$

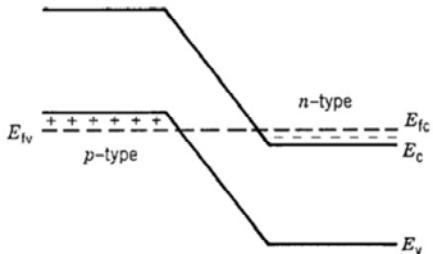
$$f_c(E_2) > f_v(E_1)$$

$$E_{fc} - E_{fv} > E_2 - E_1 > E_g$$

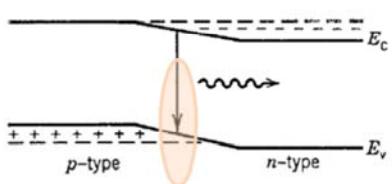
Inversiunea de populatie se obtine cind evenem satisfacuta relatia (49).

Deoarece valoarea minima a diferenței  $E_2 - E_1$  este  $E_g$ , separarea dintre nivelele Fermi trebuie să fie mai mare decit banda interzisa pentru ca inversiunea de populatie sa poata aparea. La echilibru termic, cele două nivele Fermi coincide ( $E_{fc} = E_{fv}$ ). Ele pot fi separate prin pomparea de energie în semiconducator dintr-o sursă exterioară. Modul cel mai convenabil de a face acest lucru este de a folosi o ioniție p-n polarizată direct.

## Homo-jonctiunea p-n



$$I = I_S [\exp(qV/kT) - 1] \quad (50)$$



Orice sursa optica de lumina se bazeaza pe o joctiune p-n. Un semiconductor este facut de tip n prin doparea cu impuritati a caror atomi au cu electron de valenta mai mult decat atomii din semiconductor. In cazul tipului p au cu 1 electron mai putin. In cazul semiconductorului de tip n, electronii in exces ocupă starile din banda de conductie, normal goala de electroni in semiconductorul nedopat (numit si intrinsic). Nivelul Fermi,  $E_{Fv}$ , care se afla in mijlocul benzii interzise in cazul semiconductorului intrinsic, se deplaseaza spre banda de conductie pe masura ce creste concentratia de dopant. In semiconductori puternic dopati, nivelul Fermi se afla in interiorul benzii de conductie; un asemenea semiconductor se spune ca este *degenerat*.

Similar, nivelul Fermi,  $E_{Fv}$ , se deplaseaza spre banda de valenta pentru un semiconductor de tip p si se afle in interiorul ei pentru semiconductoarii puternic dopati.

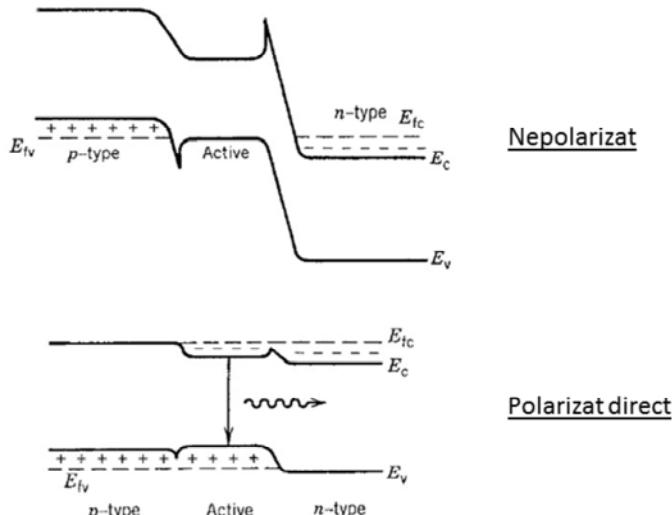
La echilibru termic, nivelul Fermi trebuie sa fie o linie continua in lungul jonctiunii p-n. Aceasta se obtine prin difuzia electronilor si golurilor in lungul jonctiunii. Impuritatatile incarcate electric lasate in urma determina aparitia unui cimp electric care se opune continuarii difuziei de electroni si goluri in starea de echilibru termic.

Pe figura se arata diagram de benzi de energie pentru o jonctiune p-n aflată in echilibru termic si aflată sub o polarizare directă (non-echilibru).

Cind o jonctiune p-n este polarizata direct prin aplicarea unei tensiuni din exterior, cimpul intern este redus. Aceasta reducere determina reinceperea procesului de difuzie a electronilor si golurilor in lungul jonctiunii.. Astfel prin jonctiune incepe sa circule un current electric ca urmare a difuziei purtatorilor. Acest current,  $I$ , creste exponential cu tensiunea aplicata  $V$ , conform relatiei (50).  $I_s$  este curentul de saturatie care depinde de coeficientii de difuzie asociati cu electronii si golurile. Asa cum se vede pe figura, intr-o regiune din jurul jonctiunii ( cunoscuta a regiunea saracita), electronii si golurile sunt prezente simultan cind jonctiunea p-n este polarizata direct. Acesti electroni si goluri se pot recombină prin emisie spontana sau stimulata si genereaza lumina intr-o sursa optica.

Jonctiunea p-n din figura este numita *homojonctiune* deoarece acelasi material semiconductor este utilizat de ambele parti ale jonctiunii. Problema cu homojonctiunea este ca recombinarea electron-gol are loc intr-o regiune relativă largă ( $\sim 1 - 10$  microni), determinată de lungimea de difuzie a electronilor si golurilor. Deoarece purtatorii nu sunt confinati in imediata vecinătate a jonctiunii, este dificil sa realizam densitati mari de purtatori.

## Hetero-jonctiunea p-n



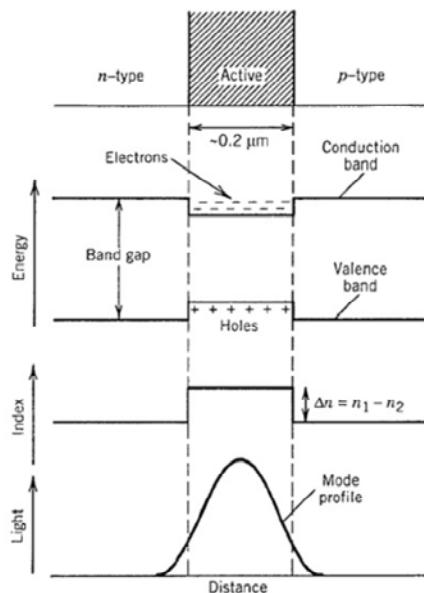
Aceasta problema de confinare a purtatorilor o putem rezolva introducind un al treilea strat subtire, intre straturile de tip p si de tip n, care sa aiba o latime a benzii interzise mai mica decit a straturilor care-l inconjoara. Acest strat intermediar poate fi intrinsec sau dopat.

Rolul acestui strat suplimentar este de a confina purtatorii injectati in interiorul sau la o polarizare directa. Confinarea purtatorilor are loc ca rezultat al discontinuitatii benzii interzise la jonctiunea dintre doi semiconductori care au aceeasi structura cristalina (aceeasi constanta a retelei) dar benzi interzise diferite. Asemenea jonctiuni sunt numite heterojonctiuni, iar dizpozitivele sunt numite heterostructuri duble.

Deoarece grisimea stratului intermediar poate fi controlata extern (tipic  $\sim 0.1$  microni), se poate realiza o densitate mare de purtatori la un current injectat dat.

In figura se arata diagrama de benzii pentru o dubla heterostructura cu si fara polarizare directa.

## Confinarea simultana a purtatorilor si cimpului

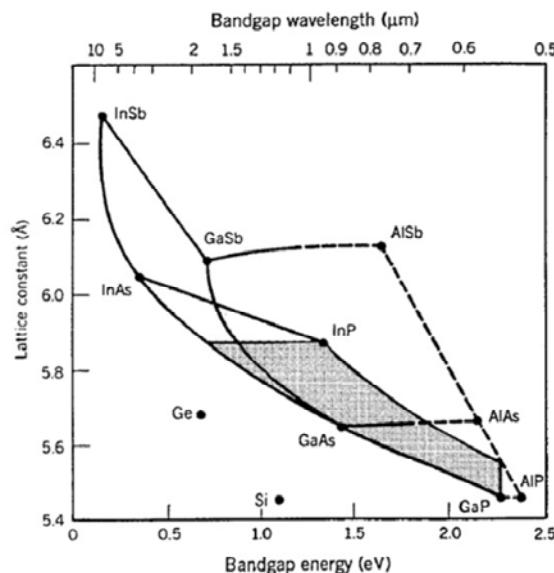


Utilizarea unei heterojonctiuni in sursele de lumina este dublu avantajoasa.

- 1) Diferenta dintre benzile interzise a celor doi semiconductori ajuta la confinarea purtatorilor in stratul intermediar, numit si stratul activ, deoarece lumina este generate in interiorul sau ca rezultat a recombinarii electron-gol.
- 2) Stratul activ are si un indice de refractie usor mai mare decit straturile inconjuratoare de tip p si n, pentru simplul motiv ca are o banda interzisa mai mica. Prin urmare , stratul activ functioneaza ca un ghid dielectric si va suporta moduri optice a caror numar poate fi controlat prin schimbarea grosimii stratului activ (similar cu modurile suportate de o fibra optica). Esential este ca heterostructura confineaza si lumina generate in stratul active datorita indicelui sau de refractive mai ridicat.

In figura se ilustreaza schematic confinarea simultana a purtatorilor de sarcina si a luminii in regiunea activa a unei heterostructuri.

## Materiale semiconductoare



$$E_g(x) = 1.424 + 1.247x, (0 < x < 0.45) \quad (51)$$

$$E_g(y) = 1.35 - 0.72y + 0.12y^2, (0 < y < 1) \quad (52)$$

Aproape orice semiconductor direct poate fi utilizat pentru a realiza o homojonctiune p-n capabila sa emita lumina prin emisie spontana. Alegera este considerabil limitata, totusi, in cazul heterostructurilor, deoarece performanta lor depinde de calitatea interfetei heterojonctiunii dintre doi semiconductori cu benzi interzise diferite. Pentru a micsora formarea defectelor de retea, constanta de retea a celor doua materiale trebuie sa fie diferita cu cel mult 0.1%. Natura nu ofera semiconductori a caror constante de retea sa fie atit de precis egale. Totusi, ei pot fi fabricati prin formarea de compusi ternari sau cuaternari, in care o fractie din locurile retelei dintr-un semiconductor natural binar (de ex. GaAs) sunt inlocuite de alte elemente. In cazul GaAs, un compus ternar  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  poate fi realizat prin inlocuirea unei fractii  $x$  de atomi de Ga cu atomi de Al. Semiconductorul astfel obtinut are aproape aceeasi constanta a retelei, dar o banda interzisa mai mare. Banda interzisa depinde de fractia  $x$  si poate fi aproximata printr-o relatia liniara de forma (51), unde  $E_g$  este exprimat in eV.

In figura, punctele sunt semiconductori binari, iar linile dintre ele corespund la semiconductori ternari. Partea punctata a liniei indica ca, compusul ternar este indirect. Aria unui polygon inchis corespunde la compusii cuaternari. Banda acestora nu este neaparat directa. Ariile hasurate indica compusii ternari si cuaternari cu banda directa, formati prin folosirea elementelor Indiu, Galiu, Arsen si Posfor.

Linia orizontala care leaga GaAs si AlAs corespunde la compusul ternar  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , a carui banda este directa pentru valori ale lui  $x$  pina la 0.45. Stratul activ si de teaca sunt formati astfel incit  $x$  este mai mare pentru teaca comparativ cu valoarea sa in stratul activ. Lungimea de unda a luminii emise este determinate de banda interzisa , deoarece fotonul are o energie aproximativ egala cu banda interzisa.

De exemplu, lungimea de unda de  $\sim 0.87$  microni este emisa de un strat activ facut din GaAs ( $E_g = 1.424$  eV). Lungimea de unda poate fi redusa la 0.81 microni utilizind un strat activ cu  $x = 0.1$ . Sursele optice bazate pe GaAs emit tipic in acest interval., si au fost utilizate in prima generatie de sisteme optice.

In capitolul de fibre am vazut ca este preferabil ca sistemele de comunicatii sa functioneze pe lungimi de unda de 1.3 – 1.6 microni, unde atit dispersia cit si pierderile in fibre sunt considerabil reduse comparativ cu intervalul de 0.85 microni. Semiconductorul folosit pentru sursele optice din acest interval este InP. Asa cum vedem din linia orizontala care trece prin InP, banda poate fi redusa considerabil prin fabricarea de compusi cuaternari  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ , in timp ce constanta retelei ramine neschimbata, cea de la InP. Fractiile  $x$  si  $y$  nu pot fi alese arbitrar, ci in raportul  $x/y = 0.45$ , pentru a asigura constanta constantei retelei. Banda compusilor cuaternari poate fi exprimata in functie doar de  $y$ , relatia (52). Cea mai mica banda interzisa se obtine pentru  $y = 1$ . Componenta ternara corespunzatoare este  $\text{In}_{0.55}\text{Ga}_{0.45}\text{As}$  care emite lumina in jur de 1.65 microni ( $E_g = 0.75$  eV). Printr-o alegere potrivita a fractiilor  $x$  si  $y$ , sursele  $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$  pot opera in intervalul 1.0 – 1.65 microni.

## Jonctiune p-n

$$\eta_{int} = \frac{R_{rr}}{R_{tot}} = \frac{R_{rr}}{R_{rr} + R_{nr}} \quad (53)$$

$$R_{rr} = \frac{N}{\tau_{rr}}, R_{nr} = \frac{N}{\tau_{nr}} \quad (54) \rightarrow \quad \eta_{int} = \frac{\tau_{nr}}{\tau_{rr} + \tau_{nr}} \quad (55)$$

$$R_{rr} = R_{spon} + R_{stim} \quad (56)$$

$$R_{spon} + R_{nr} = \frac{N}{\tau_c} \quad (57)$$

$$\tau_c^{-1} = A_{nr} + BN + CN^2 \quad (58)$$

Cind o jonctiune p-n este polarizata direct, electronii si golarile sunt injectate in regiunea activa, unde se recombina pentru a produce lumina. In orice semiconductor, electronii si golarile se pot recombina si neradiativ.

Mecanismele de recombinare neradiativa sunt recombinarea pe capcane si defecte, recombinarea de suprafata si recombinarea Auger (recombinare in care energia elibera la timpul recombinarii este data unui alt electron sau gol ca energie cinetica, nu ca energie luminoasa). Acest ultim mecanism neradiativ este important in special pentru diodele laser semiconductoare care functioneaza in domeniul 1.3 – 1.6 microni, deoarece la aceste lasere banda interzisa a zonei active este relativ mica.

Din punctul de vedere al functionarii dispozitivului electro-luminescent, procesele neradiative sunt nedorite pentru ca ele reduc numarul de perechi electron-gol care pot emite lumina. Efectul lor este cuantificat prin eficiența cuantică internă a dispozitivului (53), unde  $R_{rr}$  este viteza de recombinare radiativa, iar  $R_{nr}$  este viteza de recombinare neradiativa, iar  $R_{tot} = R_{rr} + R_{nr}$  este viteza de recombinare totala. Daca folosim timpii de recombinare, obtinem relatiile (54), unde  $N$  este densitatea de purtatori.

Timpii de recombinare radiativa si neradiativa variaza de la semiconductor la semiconductor. In general,  $\tau_{rr}$  si  $\tau_{nr}$  sunt comparabili pentru semiconductori directi, in timp ce  $\tau_{nr}$  este doar o mica parte ( $\sim 10^{-5}$ ) din  $\tau_{rr}$  pentru semiconductori indirecți.

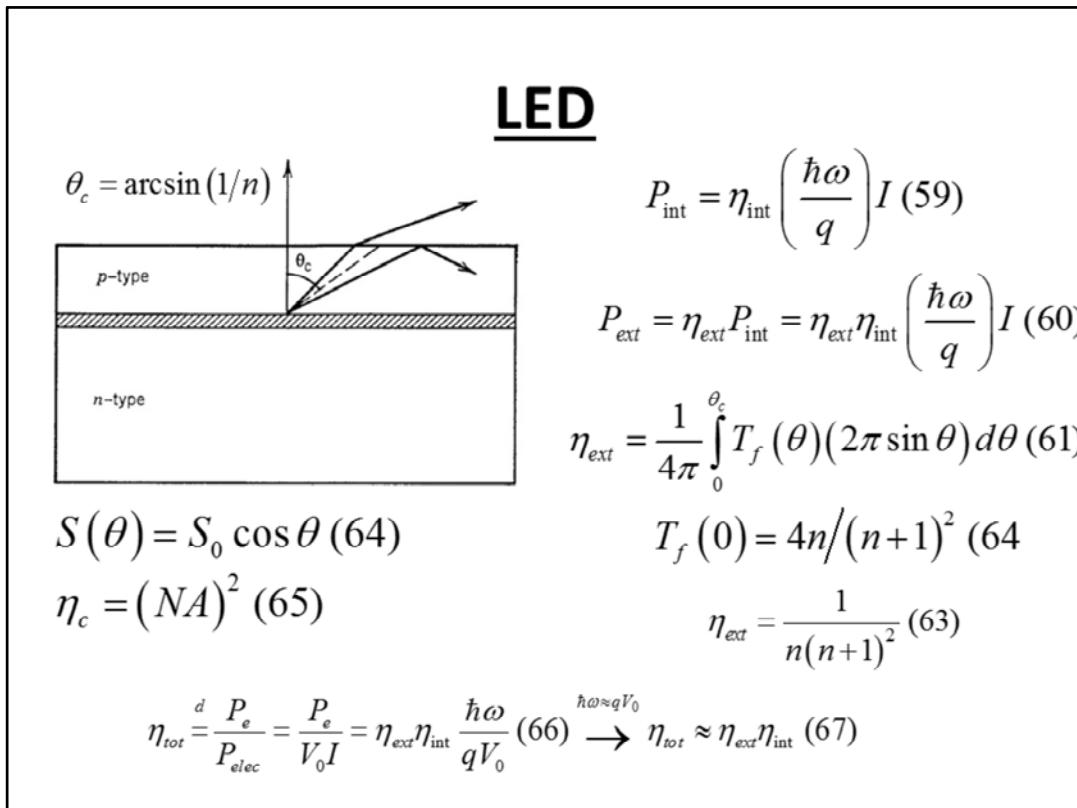
Un semiconductor este numit direct daca minimul benzii de conductie si maximul benzii de valenta au loc pentru aceeasi valoare a vectorului de unda al electronilor. Probabilitatea recombinarii radiative este mare pentru asemenea semiconductori, deoarece este usor sa se conserve atit energia cit si momentul in timpul recombinarii electron-gol.

Prin contrast, semiconductori indirecți necesita asistenta unui fonon pentru conservarea momentului in timpul recombinarii electron-gol. Acest comportament reduce probabilitatea de recombinare radiativa si creste  $\tau_{rr}$  comparativ cu  $\tau_{nr}$ . In aceste conditii este evident ca  $\eta_{int} \ll 1$ . Tipic  $\eta_{int} \sim 10^{-5}$  pentru Si si Ge. Ambii semiconductori nu sunt potriviti pentru sursele optice deoarece sunt indirecți. Pentru semiconductori directi ca GaAs si InP,  $\eta_{int} \sim 0.5$  si se apropie de 1 cind domina emisia stimulata.

Viteza de recombinare radiativa poate fi scrisa ca (56), deoarece recombinarea radiativa are loc prin emisie stimulata ca si prin cea spontana.

Pentru LED,  $R_{stim}$  este neglijabil comparativ cu  $R_{spon}$  si  $R_{rr}$  poate fi inlocuit cu  $R_{spon}$ . Tipic,  $R_{spon}$  si  $R_{rr}$  sunt comparabile ca marime, ceea ce conduce la o eficiență cuantică internă de cca. 50%. Totusi,  $\eta_{int}$  se apropie de 100% daca in semiconductor domina emisia stimulata pe masura ce creste puterea emisa.

Este util sa definim o marime numita temp de viata al purtatorilor,  $\tau_c$ , astfel incit el sa reprezinte timpul total de recombinare al purtatorilor in absenta recombinarii stimulate. El este definit prin (57), unde  $N$  este densitatea de purtatori. Daca  $R_{spon}$  si  $R_{nr}$  variaza linear cu  $N$ ,  $\tau_c$  devine o constanta. In practica, ambii cresc neliniar cu  $N$ , relatia (58),  $A_{nr}$  este coeficientul neradiativ datorat recombinarii pe defecte si capcane,  $B$  este coeficientul recombinarii spontane radiative si  $C$  este coeficientul Auger. Timpul de viata al purtatorilor devine astfel dependent de  $N$  si se calculeaza cu relatia (58). In ciuda dependentei de  $N$ , conceptul de temp de viata al purtatorilor este foarte util in practica.



In forma sa cea mai simpla, un LED este o homo-jonctiune p-n polarizata direct. Recombinarea radiativa a perechilor electron-gol in regiunea activa genereaza lumina. O parte din aceasta scapa din dispozitiv si poate fi cuplata intr-o fibra optica. Lumina emisa este necoerenta, cu o latime spectrala relativ mare (30 – 60 nm) si a largime unghiulara relativ mare.

#### Caracteristici Putere-Current

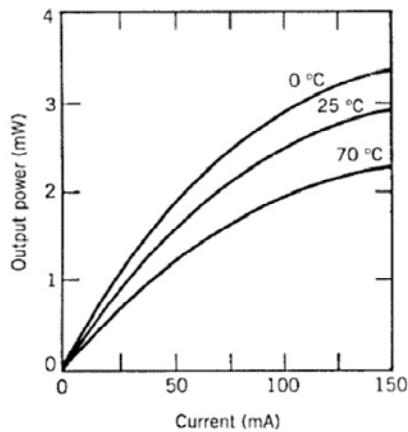
La un curent dat  $I$ , viteza de injectare a purtatorilor este  $I/q$ . In regim stationar, viteza de recombinare electron-gol prin procese radiative si neradiative trebuie sa fie egala cu viteza de injectare a purtatorilor  $I/q$ . Deoarece eficienta cuantica interna determina fractia din perechile electron-gol care prin recombinare contribuie la emisia spontana, viteza de generare a fotonilor va fi  $\eta_{\text{int}} * I/q$ . Puterea optica interna va fi deci data de relatia (59), unde  $\hbar\omega$  este energia fotonului. Daca  $\eta_{\text{ext}}$  este fractia din fotoni care scapa din dispozitiv, puterea optica emisa va fi (60).

$\eta_{\text{ext}}$  este eficienta cuantica externa. Ea poate fi calculata luand in considerare absorbtia interna si reflexiile interne totale la interfata semiconductor-aer. Doar lumina emisa intr-un con de unghi  $\theta_c$  scapa din suprafata LED, n fiind indicele de refractie al semiconductorului. Absorbtia interna poate fi evitata utilizind heterostructuri LED in care straturile teaca, care inconjura regiunea activa ,sa fie transparente la radiatia generata. Eficienta cuantica externa se poate calcula cu relatia (61). Transmisivitatea Fresnel depinde de unghiul  $\theta$ . In cazul incidentei normale ( $\theta = 0$ ), avem relatia (62). Daca inlocuim relatia (62) in relatia (61), obtinem o aproximare a lui  $\eta_{\text{ext}}$ , relatia (63). Pentru o valoare tipica ,  $n = 3.5$ ,  $\eta_{\text{ext}} = 1.4\%$ , ceea ce arata ca doar o mica parte din puterea interna devine putere utila in exterior.

Alte pierderi din puterea utila se produc la cuplajul luminii emise in fibra optica. Pentru ca lumina emisa este necoerenta, LED-ul actioneaza ca o sursa Lambertiana cu o distributie unghiulara data de rel. (64), unde  $S_0$  este intensitatea in directia  $\theta = 0$ . Eficienta de cuplaj a unei asemenea surse este data de rel.(65). Deoarece apertura numerica pentru fibrele optice este tipic cuprinsa intre 0.1 – 0.3, doar un mic procent din puterea emisa este cuplata in fibra. In mod normal, puterea lansata in fibra de un LED este cel mult 100 microW, chiar daca puterea interna poate depasi 10 mW.

O masura a performantei unui LED este eficienta totala, Eq.(66), definita ca raportul dintre puterea optica emisa. Pe, si puterea electrica consumata, unde  $P_{\text{elec}} = V_0 * I$ , unde  $V_0$  este caderea de tensiune pe LED.

## Responzivitatea LED



$$R_{LED} = \frac{P_e}{I} = \eta_{ext} \eta_{int} \frac{\hbar\omega}{q} \quad (68)$$

O alta marime utilizata in cataloge pentru a caracteriza performanta unui LED este responzivitatea. Ea este definita in relatia (68).

Valori tipice pentru responzivitate sunt  $\sim 0.01 \text{ W/A}$ . Responzivitatea ramine constanta atita timp cit se pastreaza o relatie liniara intre  $P_e$  si  $I$ . Motivul descresterii responzivitatii este cresterea temperaturii regiunii active.

Eficienta cuantica interna este in general dependenta de temperatura deoarece asistam la o crestere a ratei recombinarilor neradiative odata cu cresterea temperaturii.

## Spectrul unui LED

$$R_{spon}(\omega) = A_0 \sqrt{\hbar\omega - E_g} \exp\left[-(\hbar\omega - E_g)/kT\right] \quad (69)$$

$$\hbar\omega = E_g + \frac{kT}{2} \quad (70)$$

$$\Delta\nu = 1.8 \frac{kT}{h} \quad (71)$$

$$\Delta\nu = \frac{1.8 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} (J/K) \cdot 300 (K)}{6.626 \cdot 10^{-34} (J \cdot s)} \approx 11.2 \text{ THz}$$

Spectrul LED-ului este dat de spectrul emisiei spontane  $R_{spon}(\omega)$ . În relația (69) avem o aproximare a acestui spectru, unde  $A_0$  este o constantă, iar  $E_g$  este banda interzisă.

Se vede că maximul spectrului se obține pentru relația (70), iar latimea spectrului la jumătate din maxim (FWHM) va fi data de relația (71). La temperatură camerei ( $T = 300$  K), FWHM este în jur de 11 THz.

Datorită latimii spectrale mari ( $\Delta\lambda = 50 - 60$  nm), viteza de bit este limitată considerabil de dispersia fibrei, atunci cind se folosește ca sursă un LED: 10 – 100 Mb/s pe distanțe de cîțiva km.

## Raspunsul la modulatie al LED-ului

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{qV} - \frac{N}{\tau_c} \quad (72)$$

$$I(t) = I_b + I_m \exp(i\omega_m t) \quad (73)$$

$$N(t) = N_b + N_m \exp(i\omega_m t) \quad (74)$$

$$N_b = \tau_c I_b / qV \quad (75) \quad N_m(\omega_m) = \frac{\tau_c I_m / qV}{1 + i\omega_m \tau_c} \quad (76)$$

$$H(\omega_m) = \frac{N_m(\omega_m)}{N_m(0)} = \frac{1}{1 + i\omega_m \tau_c} \quad (77)$$

$$f_{3dB\_optic} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi\tau_c} \quad (78) \quad f_{3dB\_electric} = \frac{1}{2\pi\tau_c} \quad (79)$$

Raspunsul la modulatie al LED-ului depinde de dinamica purtatorilor si este limitat de timpul de viata al purtatorilor,  $\tau_c$ . Acest raspuns poate fi dedus utilizand o ecuatie de viteza pentru densitatea purtatorilor  $N$ . Deoarece electronii si golorile sunt injectate in perechi si se recombină in perechi, este suficient sa consideram ecuatia de dinamica pentru un singur tip de purtatori. Aceasta ecuatie trebuie sa includa toate mecanismele prin care electronii apar si dispar in regiunea activa. Ea are forma din relatia (72), in care ultimul termen include ambele procese: radiativ si neradiativ.

Consideram un semnal modulator sinusoidal care moduleaza curentul injectat, relatia (73), unde  $I_b$  este curentul de polarizare,  $I_m$  este curentul de modulatie si  $\omega_m$  este frecventa de modulatie. Deoarece ecuatia (72) este liniara, solutia generala poate fi scrisa sub forma (74), unde in constantele (75) si (76),  $V$  este volumul regiunii active. Puterea modulatoare  $P_m$  este dependenta liniar de  $N_m$ . Prin urmare, functia de transfer a LED este definita prin relatia (77).

Prin analogie cu fibra optica, banda de modulatie la 3-dB este definita ca frecventa de modulatie la care  $\text{mod}(H_m)$  scade cu 3 dB, sau un factor egal cu 2. Rezulta relatia (78). Tipic,  $\tau_c$  este in intervalul 2 – 5 ns pentru LED pe InGaAsP. Banda de modulatie corespunzatoare este intre 50 – 140 MHz.

De precizat ca relatia (78) indica banda optica deoarece  $f_{3dB}$  este definita ca frecventa la care puterea optica este redusa cu 3 dB (adica la jumata).

Banda electrica corespunzatoare este frecventa la care  $\text{mod}(H_m)^2$  se reduce cu 3 dB adica este data de relatia (79).

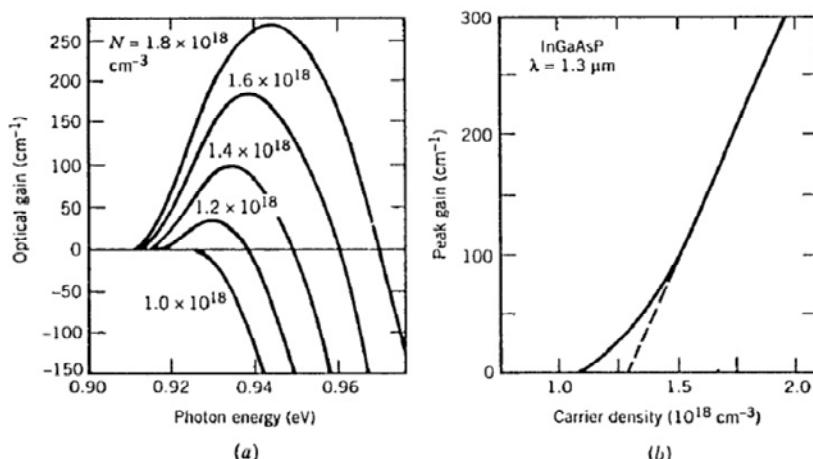
## Dioda LASER

- Emit puteri mari (~100 mW)
- Emit lumina coerenta
- Fascicolul emis are o imprastiere unghiulara mica
- Latimea spectrului este mica
- Modulatia directa a diodei laser pina la frecvente mari (~ 25 GHz)

Diodele laser emit lumina prin emisie stimulata. Datorita diferentelor fundamentale intre emisia stimulata si cea spontana, diodele laser au urmatoarele avantaje:

- emit puteri mari (~100 mW)
- emit lumina coerenta
- fascicolul emis are o imprastiere unghiulara mica, ceea ce permita o eficienta mai mare a cuplajului intr-o fibra monomod (~ 50%)
- latimea spectrului este mica permita functionarea la viteze mari (~ 10 Gb/s)
- modulatia directa a diodei laser pina la frecvente mari (~ 25 GHz), din cauza unui timp de recombinare mai scurt in cazul emisiei stimulate.

## Cistigul optic



$$g_p(N) = \sigma_g (N - N_T) \quad (80)$$

Emisia stimulata domina doar atunci cind conditia de inversiune de populatie este satisfacuta. Pentru laserele semiconductoare aceasta conditie este satisfacuta dopind straturile teaca de tip p si tip n foarte puternic astfel incit separarea nivelelor Fermi sa fie mai mare decit banda interzisa., sub polarizare directa a jonctiunii p-n.

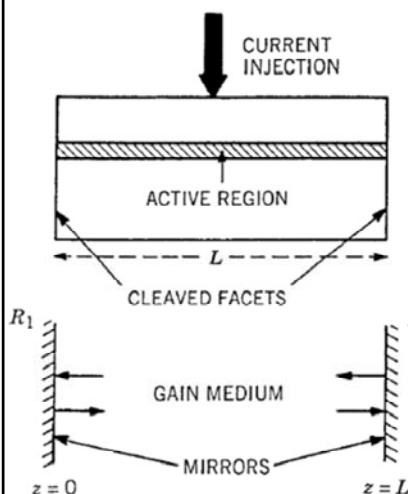
Cind densitatea de purtatori injectati in regiunea activa depaseste o anumita valoare, numita valoare de transparenta, inversiunea de populatie este realizata si regiunea activa prezinta un cistig optic: un semnal de intrare care se propaga in interiorul acestui strat activ va fi amplificat cu  $\exp(gz)$ , unde  $g$  este coeficientul de cistig.  $g$  este proportional cu  $R_{\text{stim}} - R_{\text{abs}}$ .

In fig.(a) vedem cistigul calculat numeric pentru un strat activ de InGaAsP la lungimea de unda de 1.3 microni, pentru diferite valori ale densitatii de purtatori injectati,  $N$ . Pentru  $N = 1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $g < 0$ , deoarece inversiunea de populatie nu a aparut inca. Pe masura ce  $N$  creste,  $g$  devine pozitiv intr-un spectru care la rindul sau creste cu  $N$ . Valoarea de virf a cistigului,  $g_p$ , creste si ea cu  $N$  si se deplaseaza spre energiile mai mari. Variatia lui  $g_p$  cu  $N$  este aratata in fig.(b). Pentru  $N > 1.5 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $g_p$  variaza aproape liniar cu  $N$ . Figurile arata ca cistigul optic in semiconductori creste repede din momentul in care inversiunea de populatie s-a realizat. Datorita acestui cistig, laserele semiconductoare pot fi fabricate cu dimensiuni fizice mai mici de 1 mm.

Dependenta aproape liniara a lui  $g_p$  de  $N$  sugereaza relatia (80), in care  $N_T$  este valoare de transparenta a densitatii purtatorilor si  $\sigma_g$  este cistigul diferențial. Valorile tipice pentru  $N_T$  si  $\sigma_g$ , pentru InGaAsP, sunt in intervalul  $1.0 - 1.5 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  si respectiv  $2 - 3 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ .

Laserele semiconductoare cu o valoare mai mare pentru  $\sigma_g$  performeaza mai bine deoarece aceasi valoare a cistigului poate fi realizata la o densitate de purtatori mai mica, cea ce inseamna la un curent injectat mai mic. In lasere semiconductoare cu groapa cuantica,  $\sigma_g$  este tipic de doua ori mai mare.

## Reactia si pragul LASER



$$R_m = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad (81)$$

$$E_0 \exp(gL) \sqrt{R_1 R_2} \exp(-\alpha_{int} L) \exp(2ikL) = E_0 \quad (82)$$

$$\begin{cases} g = \alpha_{int} + \frac{1}{2L} \ln \left( \frac{1}{R_1 R_2} \right) = \alpha_{int} + \alpha_{mir} = E_0 \\ 2kL = 2m\pi \quad \text{sau} \quad v = v_m = mc/2nL \end{cases} \quad (83)$$

$$g = \Gamma g_m \quad (84)$$

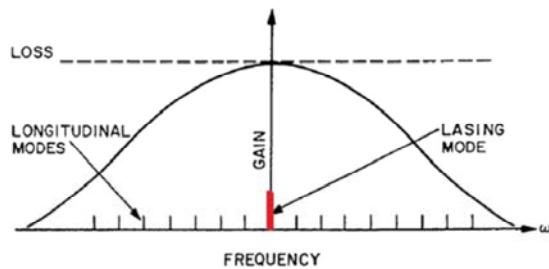
Cistigul optic nu este suficient pentru functionarea laserului. Celalalt ingredient este reactia optica, care transforma amplificatorul in oscilator. In cele mai multe lasere, reactia este obtinuta introducind mediul activ in interiorul unei cavitati Fabry-Perot formata prin utilizarea a doua oglinzi. In cazul laserelor semiconductoare, rolul acestor oglinzi este jucat de cele doua fete clivate ale cipului. Reflectivitatea acestor oglinzi este data de relatia (81), unde  $n$  este indicele de refractie a mediului activ. De exemplu, pentru  $n = 3.5$ , reflectivitatea fetelor este 30%. Desi cavitatea FP, formata din cele doua plane clivate, are pierderi importante, cistigul mediului activ este suficient de mare pentru ca acestea pierderi sa fie tolerabile.

Conceptul de prag laser poate fi inteleas observind ca o anumita parte din fotonii generati prin emisie stimulata sunt pierduti datorita pierderilor cavitatii si deci trebuie mereu inlocuiti. Daca cistigul optic nu este suficient de mare pentru a compensa pierderile cavitatii, populatia de fotoni nu poate fi crestuta. Astfel, este necesar un cistig minim pentru ca un laser sa functioneze. Aceasta valoare minima se realizeaza prin pomparea laserului peste nivelul de prag. Currentul necesar pentru a atinge pragul este numit current de prag.

Pentru a obtine conditia de prag o cale simpla este sa analizam modificarea amplitudinii unei unde plane in timpul calatoriei ei prin regiunea activa. Considerind o unda plana de amplitudine  $E_0$ , frecventa  $\omega$  si numar de unde  $k = n^* \omega / c$ . In timpul unei calatorii dus-intors, amplitudinea creste cu  $\exp[(g/2)(2L)]$  datorita cistigului ( $g$  este cistig in putere) iar faza ei se modifica cu  $2kL$ , unde  $L$  este lungimea cavitatii laserului. In acelasi timp, amplitudinea se modifica cu  $\sqrt{R_1 R_2} \exp(-\alpha_{int} L)$  datorita reflexiei pe fetele laserului si datorita pierderilor interne formate din absorbtia purtatorilor liberi, imprestiere, etc.

In regim stationar, unda plana trebuie sa ramina nemodificata, ceea ce conduce la relatia (82). Egalind modulul si faza in cei doi membri, obtinem relatiile (83). De mentionat ca  $g$  nu este acelasi lucru cu cistigul materialului prezentat in fig.(a) din slide precedente. Modurile optice se extind si dincolo de regiunea activa, in timp ce cistigul  $g$  exista doar in interiorul ei. Prin urmare avem relatia (84) in care gamma este factorul de confinare a regiunii active, care are o valoare tipica  $< 0.4$ .

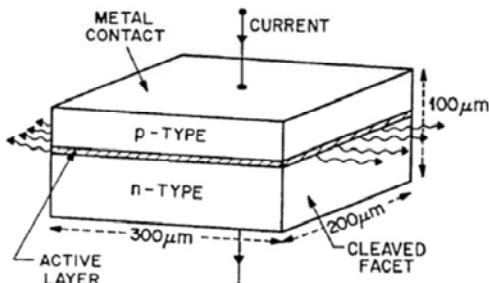
## Moduri longitudinale



$$\Delta \nu_L = c / 2nL \quad (85)$$

$$\Delta \nu_L = c / 2n_g L \quad (86)$$

$$n_g = n + \omega (dn/d\omega) \quad (87)$$



Conditia de faza arata ca frecventa laser v trebuie sa fie egala cu una din frecventele  $v_m$ , unde  $m$  este un nimar intreg. Aceste frecvente corespund modurilor longitudinale si sunt determinate de lungimea optica ( $n^*L$ ). Spatierea intre modurile longitudinale este constanta, relatia (85), daca dependenta de frecventa a indicelui de refractie,  $n$ , este ignorata. Daca se include dispersia de material, atunci spatierea este data de relatia (86) in care  $n_g$  este indicele de refractie de grup , dat de relatia (87). Tipic, spatierea este 100 – 200 GHz pentru  $L = 200 – 400$  microni.

Un laser semiconductor cu cavitate Fabry-Perrot emite lumina sub forma a mai multor moduri longitudinale ale cavitatii. Spectrul cistigului  $g(\omega)$  este suficient de larg ( $\sim 10$  THz) pentru ca mai multe moduri longitudinale ale cavitatii FP sa prezinte, simultan, cistigul necesar.

Modul cel mai apropiat de maximul cistigului devine modul dominant.

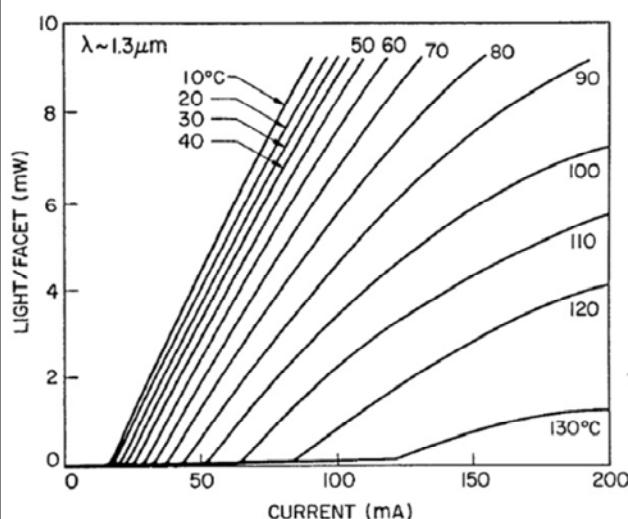
In conditii ideale, celelalte moduri nu ar trebui sa atinga pragul pentru ca gisigul lor ar ramane tot timpul mai mic decat cistigul modului principal. Practic, diferența este foarte mica si unul sau doua moduri vecine , de pe fiecare parte a modului principal, poarta o parte importanta a puterii laserului , impreuna cu modul principal.

Un asemenea laser se numeste laser semiconductor multimod. Deoarece fiecare mod se propaga in interiorul fibrei cu viteze usor diferite, din cauza dispersiei de grup, natura multimod a laserelor limiteaza produsul distanta – viteza la valori sub 10 (Gb/s)-km, pentru sisteme care functioneaza pe 1.55 microni.

## Caracteristicile laser

- Caracteristici in unda continua
- Caracteristici de modulatie, la semnal mic
- Caracteristici de modulatie la semnal mare
- Zgomotul laserului

## Characteristicile laser in unde continua



$$\frac{dP}{dt} = GP + R_{sp} - \frac{P}{\tau_p} \quad (88)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN}{dt} = \frac{I}{q} - \frac{N}{\tau_c} - GP \\ \end{array} \right. \quad (89)$$

$$G = \Gamma v_g g_m = G_N (N - N_0) \quad (90)$$

$$G_N = \Gamma v_g \sigma_g / V, \quad N_0 = N_T V$$

$$\tau_p^{-1} = v_g \alpha_{cav} = v_g (\alpha_{mir} + \alpha_{int}) \quad (91)$$

$$I_{th}(T) = I_0 \exp(T/T_0) \quad (92)$$

Ecuatiile dinamice pot fi scrisе euristic considerind diverse fenomene fizice prin care un numar P de fotoni, si un numar N de electroni, se modifica in timp , in interiorul regiunii active.

Pentru un laser mono-mod, aceste ecuatii sunt (88)-(89). G este rata emisiei stimulate si R\_sp este rata emisiei spontane, in modul laser. De mentionat ca R\_sp este mult mai mic decit rata totala in emisia spontana – R\_spon( $\omega$ ). Motivul este ca emisia spontana are loc in toate directiile , intr-un spectru larg ( $\sim 30 - 40$  nm) , dar doar o mica fractie din ea, care se propaga in lungul axei cavitatii si emisa la frecventa laser, contribuie in mod real la eq. (88). De fapt, R\_sp si G sunt legati prin relatia  $R_{sp} = n_{sp} * G$ , unde  $n_{sp}$  este factorul emisiei spontane, avind valoarea in jur de 2 pentru un laser semiconductor.

In ecuatia (90),  $v_g$  este viteza de grup, gamma este factorul de confinare si  $g_m$  este cistigul materialului la frecventa modului. Ultimul termen in relatia (88) ia in considerare pierderile de fotoni in cavitate.. Parametrul  $\tau_p$  este referit ca timp de viata a fotonilor. Acest timp de viata este legat de pierderile in cavitate,  $\alpha_{cav}$ , prin relatia (91).

Cei trei termeni din relatia (89) indica vitezele cu care electronii sunt creati sau distrusi in regiunea activa.

Curba P-I descrie proprietatile de emisie ale laserului semiconductor. Curbele din figura sunt pentru un laser pe InGaAsP, la 1.3 miconi si temperaturi intre 10 – 130 C. La temperatura camerei, pragul este atins la cca. 20 mA, laserul putind emite 10 mW, prin fiecare fata, la un curent aplicat de 100 mA.

Performantele laserului se degradeaza cu cresterea temperaturii. Currentul de prag creste exponential cu temperatura, rel. (92), unde  $I_0$  este o constanta si  $T_0$  este o temperatura caracteristica . Pentru lasere din INGaAsP,  $T_0$  este tipic intre 50 – 70 K. Din cuza sensibilitatii la temperatura, adesea este necesar sa controlam temperatura cu ajutorul unui radiator termoelectric.

## Caracteristicile P-I a laserului

$$I_{th} = \frac{qN_{th}}{\tau_c} = \frac{q}{\tau_c} \left( N_0 + \frac{1}{G_N \tau_p} \right) \quad (93)$$

$$P = (\tau_p/q)(I - I_{th}), \quad I > I_{th} \quad (94)$$

$$P_e = \frac{1}{2} (v_g \alpha_{mir}) \hbar \omega P \quad (95)$$

$$P_e = \frac{\hbar \omega}{2q} \frac{\eta_{int} \alpha_{mir}}{\alpha_{mir} + \alpha_{int}} (I - I_{th}) \quad (96)$$

$$\frac{dP_e}{dI} = \frac{\hbar \omega}{2q} \eta_d \quad cu \quad \eta_d = \frac{\eta_{int} \alpha_{mir}}{\alpha_{mir} + \alpha_{int}} \quad (97)$$

Solutia ecuatiilor de viteza poate fi simplificata daca se negligeaza emisia spontana,  $R_{sp} = 0$ . Pentru curenti pentru care  $G^*\tau_p < 1$ ,  $P = 0$  si  $N = \tau_c^* I / q$ . Pragul este atins pentru curentul la care  $G^*\tau_p = 1$ . Populatia de purtatori este atunci limitata la valoarea de prag  $N_{th} = N_0 + (G_N \tau_p)^{-1}$ . Curentul de prag va fi dat de relatia (93).

Pentru  $I > I_{th}$ , numarul de fotoni  $P$  creste liniar cu  $I$ , rel.(94).

Puterea emisa  $P_e$ , este legata de  $P$  prin relatia (95). In relatia (95),  $v_g \alpha_{mir}$  este viteza la care fotonii de energie  $\hbar \omega$  scapa dintre fetele clivate. Factorul  $\frac{1}{2}$  face  $P_e$  puterea emisa prin fiecare fata a cavitatii FP, la reflectivitati egale. Utilizand ecuatia (91\_slide 37) si ecuatia (94) in ecuatia (95), obtinem ecuatia puterii emise (96), unde  $\eta_{int}$  este introdus fenomenologic pentru a indica fractia din electronii injectati care este convertita in fotoni prin emisie stimulata. In regimul peste prag,  $\eta_{int}$  este aproape 100% pentru majoritatea laserelor semiconductoare.

O marime de interes practic este panta caracteristicii P-I pentru  $I > I_{th}$ . Aceasta este numita eficienta laserului si este definita prin relatia (97).  $\eta_d$  este numit eficienta cuantica diferențială

## Eficienta cuantica externa a laserului

$$\eta_{ext} = \frac{rata\_emisie\_fotoni}{rata\_injectie\_electroni} = \frac{2P_e/\hbar\omega}{I/q} = \frac{2q}{\hbar\omega} \frac{P_e}{I} \quad (98)$$

$$\eta_{ext} = \eta_d \left( 1 - \frac{I_{th}}{I} \right) \quad (99)$$

$$\eta_{tot} = \frac{2P_e}{V_0 I} \quad (100)$$

$$\eta_{tot} = \frac{\hbar\omega}{qV_0} \eta_{ext} \approx \frac{E_g}{qV_0} \eta_{ext} \quad (101)$$

Putem defini eficienta cuantica externa prin relatia (98)

Relatia (99) exprima legatura dintre  $\eta_{ext}$  si  $\eta_d$ . In general,  $\eta_{ext} < \eta_d$ , dar devin aproape egale pentru  $I > I_{th}$ .

Similar ca la LED, putem defini eficienta cuantica totala ca fiind relatia (100), unde  $V_0$  este tensiunea aplicata pe laser. Eficienta cuantica totala se leaga de eficienta cuantica externa prin relatia (101).

In general,  $\eta_{tot} < \eta_{ext}$  pe masura ce tensiunea aplicata depaseste  $E_g/q$ . Pentru laserele pe GaAs,  $\eta_d$  poate depasi 80% si  $\eta_{tot}$  poate fi cca. 50%. Pentru laserele pe InGaAsP,  $\eta_d \sim 50\%$  si  $\eta_{tot} \sim 20\%$ .

## Modulatia laserului

$$\frac{dP}{dt} = GP + R_{sp} - \frac{P}{\tau_p} \quad (88)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{q} - \frac{N}{\tau_c} - GP \quad (89)$$

$$I(t) = I_b + I_m f_p(t) \quad (102)$$

$$G = G_N (N - N_0) (1 - \epsilon_{NL} P) \quad (103)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2} \beta_c \left[ G_N (N - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] \quad (104)$$

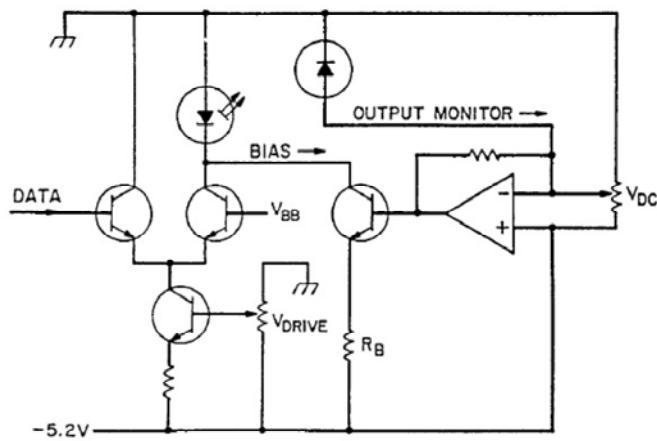
Raspunsul la modulatie a laserului semiconductor se poate studia folosind ecuatiile (88) si (89) in care curentul are forma din relatia (102) in care  $I_b$  este curentul de polarizare,  $I_m$  este curentul iar  $f_p(t)$  reprezinta forma pulsului de current.

Doua modificari trebuie adaugate la aceste ecuatii.

Prima este modificarea expresiei cistigului  $G$  in forma din relatia (103), unde  $\epsilon_{NL}$  este un parametru de neliniaritate care conduce la o usoara reducere a cistigului odata cu cresterea puterii emise  $P$ . Valoarea tipica a acestui parametru este  $\epsilon_{NL} \sim 10^{-7}$ . Relatia (90) din slide 37 este valabila pentru  $\epsilon_{NL} * P \ll 1$ .

A doua modificare este legata de faptul ca ori de cate ori este modificat cistigul ca urmare a modificarii populatiei de purtatori  $N$ , se modifica si indicele de refractive al semiconductorului. Acest lucru face ca modulatia de amplitudine in laserele semiconductoare sa fie insotita in totdeauna de o modulatie de faza. Aceasta modulatia de faza poate fi luata in consideratie inclusiv in ecuatia (104), in care  $\beta_c$  este *parametrul de cuplaj amplitudine-faza*.

## Modulatia laserului



## Modulatia de semnal mic

$$I_b > I_{th}, I_m \ll I_b - I_{th}$$

$$f_p(t) = \sin(\omega_m t) \quad (105)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P(t) = P_b + |p_m| \sin(\omega_m t + \theta_m) \\ N(t) = N_b + |n_m| \sin(\omega_m t + \psi_m) \end{array} \right. \quad (106)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P(t) = P_b + |p_m| \sin(\omega_m t + \theta_m) \\ N(t) = N_b + |n_m| \sin(\omega_m t + \psi_m) \end{array} \right. \quad (107)$$

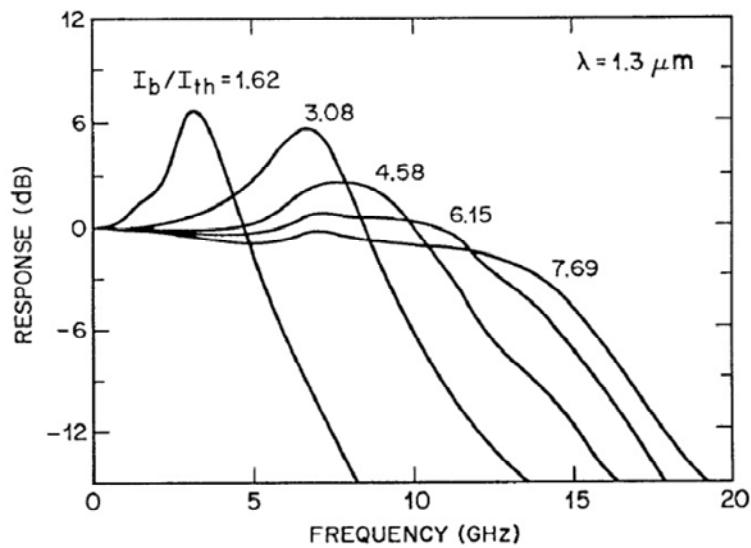
$$p_m(\omega_m) = |p_m| \exp(i\theta_m) = \frac{P_b G_N I_m / q}{(\Omega_R + \omega_m - i\Gamma_R)(\Omega_R - \omega_m + i\Gamma_R)} \quad (108)$$

$$\Omega_R = \sqrt{G G_N P_b - (\Gamma_P - \Gamma_N)^2 / 4}, \Gamma_R = (\Gamma_P - \Gamma_N) / 2 \quad (109)$$

$$\Gamma_P = R_{sp} / P_b + \epsilon_{NL} G P_b, \Gamma_N = \tau_c^{-1} + G_N P_b \quad (110)$$

In cazul conditiilor de semnal mic, ecuatiile dinamice pot fi liniarizate si rezolvate analitic utilizind transformata Fourier pentru  $f_p(t)$ . Banda de modulatie pentru semnal mic se obtine considerind raspunsul laserului la modulatie sinusoidală, pentru care  $f_p$  este dat in relatia (105). Solutiile ecuatiilor dinamice sunt relatiile (106)-(107), unde  $P_b$  si  $N_b$  sunt valori stationare la curentul de polarizare  $I_b$ ,  $p_m$  si  $n_m$  sunt modificari mici ce au loc datorita modulatiei curentului, iar  $\theta_m$  si  $\psi_m$  sunt fazele asociate modulatiei de semnal mic. In particular avem relatia (108), unde  $\Omega_R$  si  $\Gamma_R$  sunt frecventa si viteza de atenuare a oscilatiilor amortizate date de relatiile (109) si respective (110). Eficienta modulatiei scade atunci cind frecventa de modulatie depaseste  $\Omega_R$  cu o valoare mare.

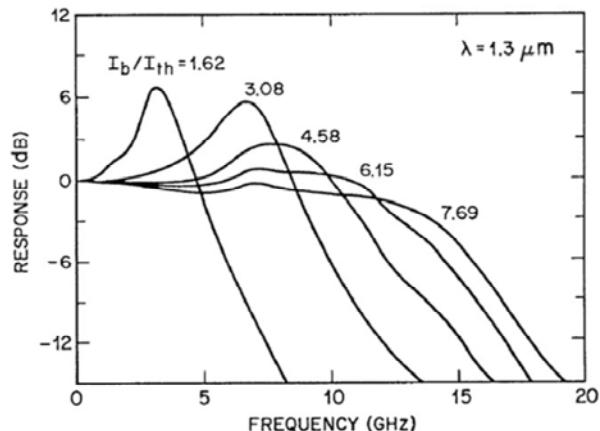
## Functia de transfer



$$H(\omega_m) = \frac{p_m(\omega_m)}{p_m(0)} = \frac{\Omega_R^2 + \Gamma_R^2}{(\Omega_R + \omega_m - i\Gamma_R)(\Omega_R - \omega_m + i\Gamma_R)} \quad (111)$$

Raspunsul la modulatie este plat ( $H(\omega_m) \sim 1$ ) pentru frecvente  $\omega_m \ll \Omega_R$ , valoarea maxima se atinge pentru egalitate si apoi are loc o cadere brusca pentru  $\omega_m \gg \Omega_R$ .

## Banda de modulatie



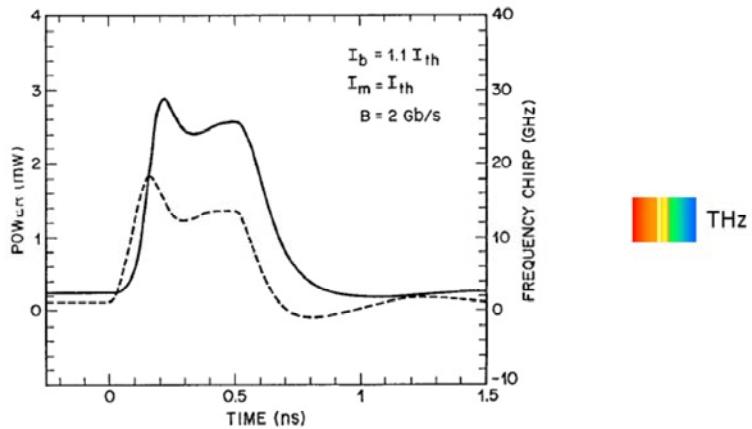
$$f_{3dB} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\Omega_R^2 + \Gamma_R^2 + 2(\Omega_R^4 + \Omega_R^2 \Gamma_R^2 + \Gamma_R^4)^{1/2}} \quad (112)$$

$$\Gamma_R \ll \Omega_R \Rightarrow f_{3dB} \approx \frac{\sqrt{3}\Omega_R}{2\pi} \approx \sqrt{\frac{3G_N P_b}{4\pi^2 \tau_p}} = \sqrt{\frac{3G_N}{4\pi^2 q}} (I_b - I_{th}) \quad (113)$$

Banda de modulatie la 3-dB, este definită ca frecvența de modulatie la care modul( $H(\omega_m)$ ) se reduce cu 3 dB (adică de 2 ori) comparativ cu valoarea din current continuu.

Relația (113) arată că banda de modulatie crește cu creșterea nivelului de polarizare, proporțional cu  $\text{sqr}(P_b)$  sau  $\text{sqr}(I_b - I_{th})$ .

## Modulatia de semnal mare



$$\delta v(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{\beta_c}{4\pi} \left[ G_N (N - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] \quad (114)$$

Analiza de semnal mic nu se aplica in cazurile practice de utilizare a diodelor laser, in care dioda este polarizata aproape de prag si modulata cu mult peste prag pentru a obtine pulsuri de lumina reprezentind bitii de transmis.

In acest caz , ecuatiiile dinamice trebuie rezolvate numeric. In figura se prezinta un exemplu pentru un laser polarizat cu  $I_b = 1.1*I_{th}$  si modulat cu viteza de 2 Gb/s utilizind un puls de current cu durata de 500 ps si amplitudinea  $I_m = I_{th}$ . Pulsul optic are un timp de crestere de  $\sim 100$  ps si unul de cadere de  $\sim 300$  ps.

Asa cum s-a mai mentionat, modulatia de amplitudine intr-un laser semiconductor este insotita de o modulatie de faza. O faza variabila in timp este echivalenta cu schimbari tranzitorii in frecventa modului de la valoarea stationara  $v_0$ . Un asemenea puls se numeste 'chirped'. Frecventa de chirp,  $\delta v(t)$  , se obtine din ecuatia de dinamica a fazei si are expresia (114).

In figura, curba punctata arata frecventa chirp in pulsul optic. Frecventa modului se deplaseaza spre albastru in preajma frontului anterior si spre rosu in preajma frontului posterior al impulsului optic. Aceasta deplasare inseamna ca spectrul pulsului este considerabil mai larg decit era de asteptat in absenta fenomenului.

## Zgomotul in dioda LASER

$$\frac{dP}{dt} = GP + R_{sp} - \frac{P}{\tau_p} + F_p(t) \quad (115)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{q} - \frac{N}{\tau_c} - GP + F_N(t) \quad (116)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2} \beta_c \left[ G_N(N - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] + F_\phi(t) \quad (117)$$

$$\langle F_i(t) F_j(t') \rangle = 2D_{ij}\delta(t-t') \quad (118)$$

$$D_{PP} = R_{sp}P, D_{\phi\phi} = R_{sp}/4P \quad (119)$$

Iesirea unui laser semiconductor prezinta fluctuatii in intensitate, faza si frecventa chiar si atunci cind laserul este polarizat la un current constant , cu fluctuatii neglijabile de current.

Mecanismele fundamentale de zgomot sunt emisia spontana si recombinarea electron-gol (zgomotul de alice). Zgomotul in laserele semiconductoare este dominat de emisia spontana. Fiecare foton emis spontan adauga la cimpul coerent o mica componenta de cimp a carei faza este aleatorie si astfel perturba, atit amplitudinea cit si faza , in mod aleatoriu. Mai mult, asemenea evenimente de emisie spontana au loc aleatoriu cu o viteza de  $10^{12}$  per secunda deoarece laserele semiconductoare au o valoare relative ridicata a lui  $R_{sp}$ . Rezultatul este ca intensitatea si faza luminii emise prezinta fluctuatii intr-o scara de temp de ordinal a 100 ps. Aceste fluctuatii de intensitate limiteaza raportul semnal-zgomot (SNR) , iar fluctuatiiile de faza conduc la o latime finite a liniei spectrale atunci cind laserul este alimentat la current constant. Deoarece aceste fluctuatii afecteaza performanta sistemelor optice, este important sa evaluam marimea lor.

Ecuatiile de dinamica pot fi utilizate pentru studiul zgomotului laserului adaugind un termen de zgomot cunoscut sub numele de forta Langevin , ecuatiile (115) – (117). Acestea sunt considerate procese Gaussiene cu medie zero si avind functia de corelatie de forma (118) (aproximarea Markov). i,j = P, N,  $\Phi$ , iar  $D_{ij}$  sunt coeficientii de difuzie dati in relatiile (119).

## Zgomotul in dioda LASER - 2

$$C_{pp}(\tau) = \langle \delta P(t) \delta P(t+\tau) \rangle / \bar{P}^2 \quad (120)$$

$$RIN(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{pp}(\tau) \exp(-i\omega t) dt \quad (121)$$

$$RIN(\omega) = \frac{2R_{sp} \left\{ (\Gamma_N^2 + \omega^2) + G_N \bar{P} \left[ G_N \bar{P} \left( 1 + N/\tau_c R_{sp} \bar{P} \right) - 2\Gamma_N \right] \right\}}{\bar{P} \left[ (\Omega_R - \omega)^2 + \Gamma_R^2 \right] \left[ (\Omega_R + \omega)^2 + \Gamma_R^2 \right]} \quad (122)$$

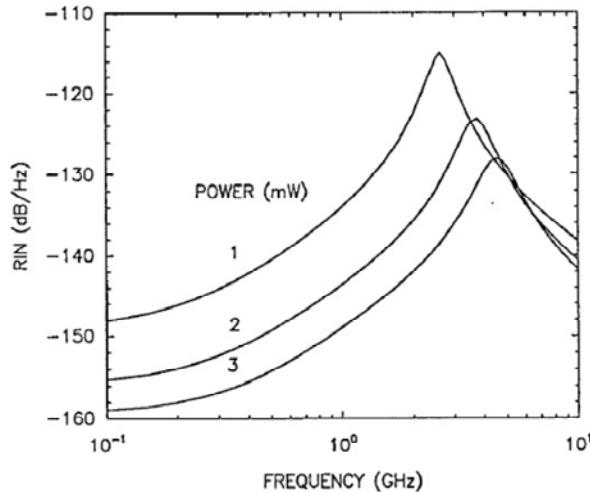
$$\Omega_R = \sqrt{G G_N \bar{P} - (\Gamma_P - \Gamma_N)^2 / 4}, \Gamma_R = (\Gamma_P - \Gamma_N) / 2 \quad (123)$$

$$\Gamma_R = R_{sp} / \bar{P} + \varepsilon_{NL} G \bar{P}, \Gamma_N = \tau_c^{-1} + G_N \bar{P} \quad (124)$$

Functia de autocorelatie a intensitatii luminii este definita prin relatia (120), unde  $\delta P(t)$  reprezinta a mica fluctuatie. Transformata Fourier a functiei de autocorelatie este spectrul RIN (Relative Intensity Noise), relatia (121). RIN poate fi calculat liniarizind relatiile (1) si (2), din slide anterior, in  $\Delta P$  si  $\Delta N$ , folosind liniarizarea in domeniul frecventa si calculind media cu ajutorul relatiei (4) din slide anterior.

Obtinem relatia (122), unde  $\Omega_R$  si  $\Gamma_R$  sunt frecventa si rata de atenuare a oscilatiilor amortizate, in care  $P_b$  a fost inlocuit cu  $\langle P \rangle$ , relatiile (123), (124).

### Zgomotul in dioda LASER - 3



$$SNR = \frac{\overline{P}}{\sigma_p} = \frac{1}{\sqrt{C_{pp}(0)}} \quad (125)$$

$$SNR = \left( \frac{\epsilon_{NL}}{R_{sp} \tau_p} \right)^{1/2} \overline{P} \quad (126)$$

In figura se prezinta RIN calculate la diferite nivele de putere pentru o diode laser pe InGaAsP la 1.55 microni. RIN creste considerabil linga frecventa oscilatiilor de relaxare  $\Omega_R$  si descreste rapid pentru  $>> \Omega_R$ .

In esenta, laserul actioneaza ca un fitru trece banda, avind banda  $\Omega_R$ , asupra fluctuațiilor emisiei spontan. La o frecvență data, RIN descrește cu creșterea puterii laserului după o lege  $P^{-3}$ .

Pentru puteri mici, comportamentul se schimba după o lege  $P^{-1}$ .

Marimea de interes practice este SNR, definit ca în relația (125). La nivele de putere peste cîțiva miliwati, SNR depășește 20 dB și crește după legea din relația (126)

## Latimea liniei spectrale

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{EE}(t) \exp[-i(\omega - \omega_0)\tau] d\tau \quad (127)$$

$$\Gamma_{EE}(t) = \langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle, E(t) = \sqrt{P} \exp(i\phi) \quad (128)$$

$$\Gamma_{EE}(t) = \langle \exp[i\Delta\phi(t)] \rangle = \exp[-\langle \Delta\phi^2(\tau) \rangle / 2] \quad (129)$$

$$\langle \Delta\phi^2(\tau) \rangle = \frac{R_{sp}}{2P} \left[ (1 + \beta_c^2 b) \tau + \frac{\beta_c^2 b}{2\Gamma_R \cos \delta} [\cos(3\delta) - e^{-\Gamma_R \tau} \cos(\Omega_R \tau - 3\delta)] \right] \quad (130)$$

$$b = \Omega_R / \sqrt{\Omega_R^2 + \Gamma_R^2} \quad , \quad \delta = \arctan(\Gamma_R / \Omega_R) \quad (131)$$

$$\Delta\nu = R_{sp} (1 + \beta_c^2) / (4\pi P) \quad (132)$$

Spectrul luminii emise este legat de functia de autocorelatie a cimpului,  $\Gamma_{EE}$ , prin transformata Fourier, relatia (126). In relatia (128) este definita functia de autocorelatie a cimpului optic. Daca se negligeaza fluctuatiiile intensitatii,  $\Gamma_{EE}$  poate fi scrisa sub forma (129), unde  $\Delta\Phi$  este considerat un proces Gaussian. Varianta fazei poate fi calculate liniarizind ecuatiiile de dinamica, rezultatul fiind dat in relatia (130), unde  $b$  si  $\delta$  sunt date in relatiile (131).

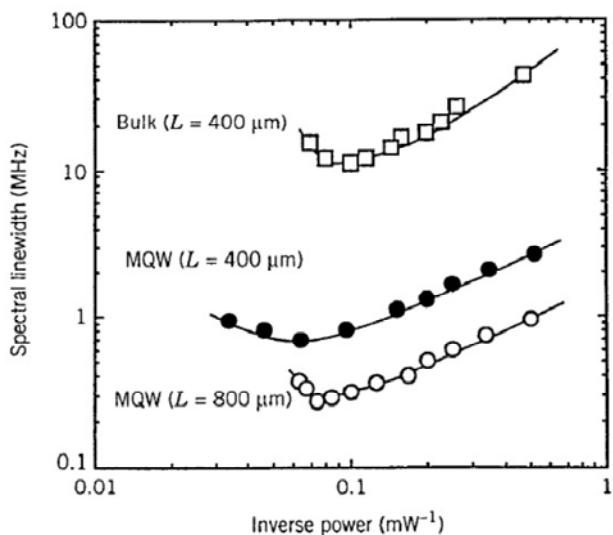
Spectrul este dominat de un maxim localizat la frecventa  $\omega_0$  si insotit de multi sateliti la frecventele  $\omega_0 \pm m * \Omega_R$ , unde  $m$  este intreg. Amplitudinile satelitilor sunt cel mult 1% din amplitudinea maximului principal.

Acesti sateliti sunt dati de oscilatiile de relaxare, care sunt responsabile de termenul  $b$ .

Daca aceste oscilatii sunt neglijate,  $b=1$  si functia de autocorelatie a cimpului scade exponential cu  $\tau$ . In acest caz integrala (127) poate fi calculata analitic, iar spectrul este gasit a fi Lorentzian.

Latimea spectrala,  $\Delta\nu$ , a acestui spectru Lorentzian, definita la jumata din maxim (FWHM) este data de relatia (132), unde s-a presupus  $\Gamma_R \ll \Omega_R$ . Latimea spectrala este crescuta printr-un factor egal cu  $(1 + \beta^2)$  ca rezultat al cuplajului amplitudine-faza, guvernat de parametrul  $\beta$ ; acesta este motivul pentru care  $\beta$  se numeste factorul de crestere a latimii spectrale.

## Latimea liniei spectrale



$\Delta v$  variaza cu  $L^{-2}$ , in care s-a inclus dependenta de Rsp si P.  
L este lungimea cavitatii laserului.